~~1/3~~ 5

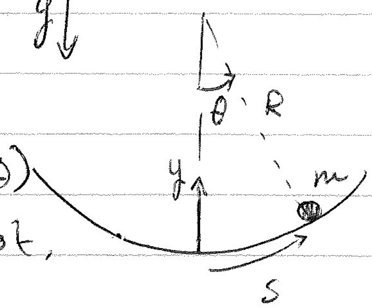
1a $K(\theta) = \frac{1}{2} m \dot{s}^2 = \frac{1}{2} m R^2 \dot{\theta}^2$, want $\dot{R} = 0$

$[K] = ML^2T^{-2}$

$[m] = M$

1 $[R] = L$

$[\dot{\theta}] = T^{-1}$



b $V(\theta) = mgh = mg(R - R\cos\theta) = mgR(1-\cos\theta)$

gemeten vanaf het laagste punt in de goot, $\theta = 0$ $(V(\theta=0) \equiv 0)$

Voor kleine uitwijkingen geldt:

$V(\theta) = mgR(1-\cos\theta) \approx mgR(1 - 1 + \frac{1}{2}\theta^2) = \frac{1}{2} mgR\theta^2$

2 Dit is geschreven in dezelfde vorm als $V(\theta) = \frac{1}{2} k \theta^2$

met $k = mgR$

c $E = K + V$ $\omega = \sqrt{\frac{g}{R}}$

$\theta(0) \equiv \theta_0$

$E = \frac{1}{2} mR^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} mgR\theta^2$

De kogel zal een harmonische beweging maken, dus zal θ er als volgt uitzien: $\theta = A\cos(\omega t)$ $\theta(0) \equiv \theta_0 \Rightarrow A = \theta_0$

$\theta = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)$ $\theta(0) \equiv \theta_0 \Rightarrow A = \theta_0$

$\dot{\theta} = -A\omega\sin(\omega t) + B\omega\cos(\omega t)$ $\dot{\theta}(0) = 0 \Rightarrow B\omega = 0 \Rightarrow B = 0$

~~Fzm~~ Voor de oplossing: zie achterkant d ① $\dot{s} = R\dot{\theta} =$ $\theta = \theta_0 \cos(\omega t) = \theta_0 \cos(\sqrt{\frac{g}{R}} \cdot t)$

$= R \cdot \sqrt{\frac{g}{R}}\ \theta_0 \sin(\sqrt{\frac{g}{R}} \cdot t) = \theta_0 \sqrt{gR}$ want waar de snelheid $\dot{s}$, maximaal is moet $\sin(\sqrt{\frac{g}{R}}\, t) = 1$

2 Uitleg ① en ② zijn hetzelfde want de wet van behoud van energie blijft gelden. Alleen wordt bij ① de energie omgezet in horizontale snelheid, en bij ② in een vertikale snelheid.

② Met behulp van de wet van behoud van energie:

$mgR(1-\cos\theta_0) = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gR(1-\cos\theta_0)}$

$\approx \sqrt{2gR(1-1+\frac{1}{2}\theta_0^2)} = \sqrt{gR\theta_0^2}$ benadering voor kleine uitwijkingen. $v = \theta_0\sqrt{gR}$

c $E = K + V = \frac{1}{2}mgR^2\dot{\theta}^2 - \frac{1}{2}mgR\theta^2$ differentiëren naar θ

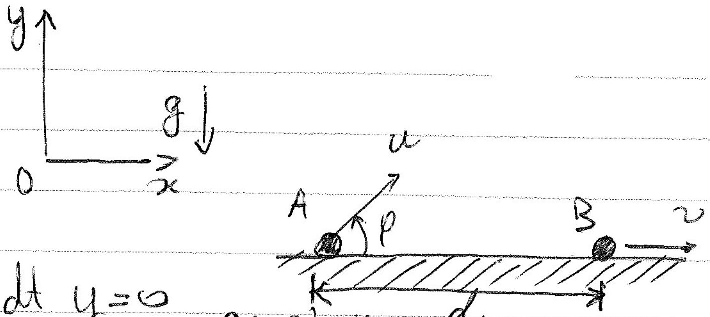
$\frac{dE}{d\theta} = mR^2\dot{\theta} - mgR\theta = 0$, want E is constant voor elke θ

$\Rightarrow \dot{\theta} - \frac{g}{R}\theta = 0$, Scheiden van variabelen

$\frac{d\theta}{dt} = \frac{g}{R}\theta \Rightarrow \int_{\theta_0}^{\theta}\frac{d\theta'}{\theta'} = \int_0^t \frac{g}{R}\,dt' \Rightarrow \ln\left|\frac{\theta}{\theta_0}\right| = \frac{g}{R}t$

$\Rightarrow \frac{\theta}{\theta_0} = e^{\frac{g}{R}t} \Rightarrow \theta = \theta_0 e^{\frac{g}{R}t}$ met $\omega^2 = \frac{g}{R} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{R}}$

$4\frac{1}{2}$



2a Voor bal A geldt

$\dot{y} = u \sin\varphi - gt$

$y = ut \sin\varphi - \frac{1}{2}gt^2$

Als bal A op de grond komt geldt $y=0$

1 $\Rightarrow ut\sin\varphi - \frac{1}{2}gt^2 = 0 \Rightarrow t=0 \vee t = \frac{2u\sin\varphi}{g}$

$t=0$ is het moment waarop de bal wordt weggeschoten.

Het moment waarop bal A op de grond komt is dus $t = \frac{2u\sin\varphi}{g}$

b d, u en φ gegeven

Voor bal A geldt ook:

$\dot{x} = u\cos\varphi$

$x = ut\cos\varphi$

Op het moment dat de bal op de grond komt is $x = u \cdot \frac{2u\sin\varphi}{g}\cos\varphi$

$= \frac{u^2}{g}\sin 2\varphi$

Als bal B op een afstand ~~van~~ d van bal A af zit, moet

2 deze met een constante snelheid $v = \left(\frac{u^2}{g}\sin 2\varphi - d\right)/t$

$= \frac{\left(\frac{u^2}{g}\sin 2\varphi - d\right)}{\frac{2u\sin\varphi}{g}} = u\cos\varphi - \frac{dg}{2u\sin\varphi}$ in positieve x-richting

bewegen.

c d en φ gegeven $\quad v = u\cos\varphi - \frac{dg}{2u\sin\varphi}$

$\Rightarrow 2uv\sin\varphi = u^2\sin 2\varphi - dg \Rightarrow u(2v\sin\varphi - u\sin 2\varphi) = -dg$

$\Rightarrow u\sin\varphi\,(2v - 2u\cos\varphi) = -dg$

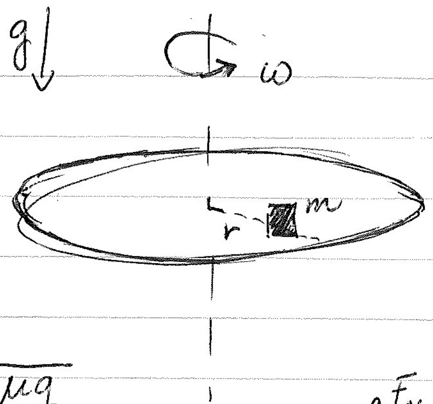
1 $\varphi = 45^\circ$ Dan zal de afstand het grootst zijn

$\frac{1}{2}u\sqrt{2}\,(2v - u\sqrt{2}) = -dg$

$\frac{1}{2}$ $uv\sqrt{2} - u^2 = -dg \Rightarrow v = \frac{u}{\sqrt{2}} - \frac{dg}{u\sqrt{2}} = u - \frac{dg\sqrt{2}}{2u}$

$\boxed{uv\sqrt{2} - u^2 + dg = 0}$

2,5



3 a → zwaartekracht $-mg$

1 → normaalkracht mg

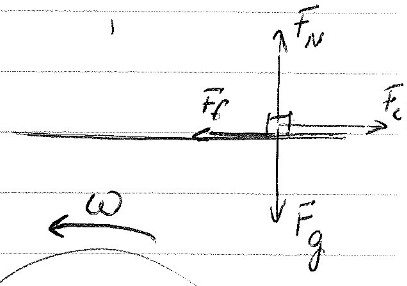
→ centrifugaalkracht $m\omega^2 r = \frac{mv^2}{r}$

→ wrijvingskracht $-m\omega^2 r$

→ ~~corioliskracht~~ $\cancel{-2m\omega v}$

Voor maximale ω geldt:

$F_f \leq \mu N = \mu m g = m\omega^2 r \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{\mu g}{r}}$



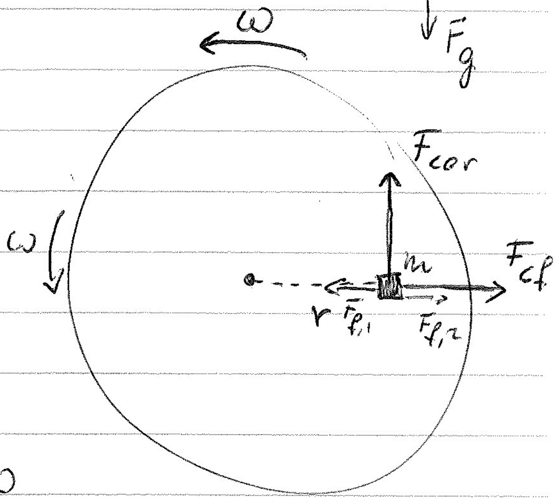
b → zwaarte kracht $-mg$

1 → normaalkracht mg

→ centrifugaalkracht $m\omega^2 r$

→ wrijvingskracht

→ corioliskracht $-2m\omega v$



c $F = ma$

1/2 $a = r\dot{\omega}$

Als de schijf versnelt ondervindt de ~~kevek~~ ook nog een kracht ten gevolge van de versnelling $a = r \cdot \dot{\omega}$

De kracht is $F_{\dot{\omega}} = ma = mr\dot{\omega}$